

L1-analyse1

**Examen Octobre 2013**

Aucuns documents autorisés.

**Exercice 1**

1/ Montrer que pour tout  $x$  et tout  $y$  dans  $\mathbb{R}_+$ ,  $|\sqrt{x} - \sqrt{y}| \leq \sqrt{|x - y|}$ .

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier les réponses.

2/ Pour avoir  $|\sqrt{x} - \sqrt{y}| \leq 10^{-2}$  il faut avoir  $|x - y| < 10^{-8}$ .

3/ Pour avoir  $|\sqrt{x} - \sqrt{y}| \leq 10^{-3}$  il suffit d'avoir  $|x - y| \leq 10^{-6}$ .

**Exercice 2**

Résoudre  $\frac{x}{x+1} < \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$ .

**Exercice 3**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{(x+2)^3}{(x-5)^2}$ .

1/ Donner son ensemble de définition. Justifier qu'elle y est dérivable.

2/ Étudier les variations de  $f$ .

3/ Donner les limites de  $f(x)$  aux bornes de son ensemble de définition.

4/ Donner les extrema de  $f$ . Résumer le tout dans un tableau.

5/ Donner, en fonction de la valeur du paramètre  $m$ , le nombre de solutions (on ne demande pas LES solutions) de  $f(x) = m$ .