

Arithmétique et applications, combinatoire et graphes
Devoir préparatoire No. 1, février 2020, corps finis
Aucun document n'est autorisé, usage de calculatrices interdit

1. Factoriser le polynôme $x^5 + x + 1$ en polynômes irréductibles sur $\mathbb{F}_2 = \mathbf{Z}/2\mathbf{Z}$.
2. Montrer que le polynôme $x^5 + x^2 + 1$ est irréductible sur \mathbb{F}_2 .

Soit \mathbb{K} le corps $\mathbb{K} = \frac{\mathbb{F}_2[x]}{(x^5 + x^2 + 1)}$.

3. Combien d'éléments y a-t-il dans \mathbb{K} ?
4. Calculer l'inverse multiplicative de $x^3 + 1$ dans \mathbb{K} .
5. Est-ce que le polynôme $x^5 + x^2 + 1$ est primitif, vu comme un polynôme sur \mathbb{F}_2 ?
6. Soit $a = \bar{x} = x + (x^5 + x^2 + 1) \in \mathbb{K}$ et soit $f(x) = x^7 + x^4 + x^2 + 1$. Calculer $f(a^4)$.
7. Quel est le polynôme minimal de a , de a^2 , de a^4 ?
8. (question optionnelle plus difficile) Trouver le polynôme minimal de a^3 .

FIN