

Arithmétique et applications, combinatoire et graphes
Devoir préparatoire No. 2, février 2018, codes BCH
Aucun document n'est autorisé, usage de calculatrices interdit

1. (i) Montrer que le polynôme $p(x) = x^4 + x^3 + 1$ est primitif et calculer toutes les puissances a^i dans le corps $\mathbb{F}_2[x]/(p(x))$ où $a = \bar{x} = x + (p(x))$.

On a la factorisation:

$$x^{15} - 1 = (x + 1)(x^2 + x + 1)(x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

dans $\mathbb{F}_2[x]$.

(ii) Utiliser le polynôme $p(x)$ afin de construire un code BCH C de distance construite 4. Calculer le polynôme générateur $g(x)$ pour ce code. Il s'agit d'un code linéaire de quelle dimension?

(iii) Un mot c est transmis avec ce code et on reçoit le vecteur $r = (010111010101000) \in \mathbb{F}_2^{15}$, ce qui correspond au polynôme $r(x) = x + x^3 + x^4 + x^5 + x^7 + x^9 + x^{11} \in \mathbb{F}_2[x]$. Calculer les syndromes r_1, r_2, r_3, r_4 comme puissances de a (utiliser votre tableau), puis calculer le polynôme localisateur d'erreurs $E(z)$.

(iv) Enfin trouver les racines de ce polynôme afin de localiser les erreurs. Corriger le vecteur r afin de trouver le mot c de C .

FIN