

Arithmétique et applications, combinatoire et graphes
Devoir préparatoire No. 2, février 2016, codes linéaires
Aucun document n'est autorisé, usage de calculatrices interdit

1. Soit C le code linéaire de taille $(n = 6, k = 3)$ de matrice génératrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (i) Expliciter les éléments de C .
- (ii) Calculer une matrice H de contrôle pour ce code (éviter de longs calculs).
- (iii) Quelle est la distance minimale pour ce code? Pour quel t est ce code t -correcteur?
- (iv) D'abord on applique le décodage par syndrome: Parmi les vecteurs $r_1 = (111010)$, $r_2 = (110111)$ et $r_3 = (111111)$, lesquels sont corrigibles? Dans le cas où le vecteur est corrigible, donner le corrigé.
- (v) Construire un tableau standard de décodage pour C . En appliquant le tableau, corriger r_1 , r_2 et r_3 .
- (vi) Comprendre pourquoi on peut tout corriger en (v) mais pas en (iv).

2. Utiliser le polynôme primitif $p(x) = x^3 + x^2 + 1 \in \mathbb{F}_2[x]$ afin de construire un code BCH de distance construite 2. Expliciter les paramètres n et k pour ce code. A noter que $x^7 - 1$ se factorise en irréductibles comme $x^7 - 1 = (x^3 + x + 1)(x^3 + x^2 + 1)(x + 1)$.

FIN