

Rappel : • Linéarité de l'intégrale : α, β constants, f, g des fonctions continues :

$$\int_a^b (\alpha f + \beta g) dx = \alpha \int_a^b f dx + \beta \int_a^b g dx$$

• Intégration par parties :

$$\int_a^b u(x)v'(x) dx = u(x)v(x)|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x) dx$$

• Changement de variable :

$$\int_{\phi(a)}^{\phi(b)} f(x) dx = \int_a^b f(\phi(x))\phi'(x) dx$$

où ϕ est une fonction numérique définie sur $[a, b]$ de dérivée continue.

Exercice I : Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_0^1 \sqrt{1+t} dt, \quad \int_1^2 \frac{(1+t)^3}{t} dt, \quad \int_{-1}^{+1} (1-t^2) dt, \quad \int_1^2 \frac{1}{t} dt, \quad \int_0^1 \frac{1}{1+t^2} dt, \quad \int_{-1}^1 \sin^7(t) dt.$$

Exercice II : Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_0^1 t e^{2t} dt, \quad \int_0^1 t^2 e^{-t} dt, \quad \int_0^1 \arctan(t) dt, \quad \int_0^\pi t \sin(3t) dt, \quad \int_0^\pi t^2 \sin t dt, \quad \int_0^1 t \arctan(t) dt.$$

Exercice III : Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_0^1 \frac{t}{1+t^2} dt, \quad \int_0^1 t^3 \sqrt{1+t^4} dt, \quad \int_0^1 t e^{-t^2} dt, \quad \int_0^{\sqrt{\pi}} t \sin(1+t^2) dt, \quad \int_0^{1/2} \frac{t}{1-t^2} dt, \quad \int_0^{\pi/2} \sin^5(t) dt.$$

Exercice IV : Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos t dt, \quad \int_0^{2\pi} \cos^2(t) dt, \quad \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^9(t) dt, \quad \int_0^{\pi/4} \tan^2(t) dt, \quad \int_0^{2\pi} \cos(t) \cos(2t) dt, \quad \int_0^\pi \sin^4(t) dt.$$

Exercice V : Calculer les intégrales suivantes en effectuant un changement de variables :

$$\int_0^x t \sin(1+t^2) dt \quad (u = 1+t^2), \quad \int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{1+t}} dt \quad (u = \sqrt{1+t}).$$

Exercice VI : Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_{-1}^2 t |t| dt, \quad \int_0^1 \frac{1}{(4t+2)^2+1} dt, \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin t} dt,$$
$$\int_{-1}^1 e^{-|t|} dt, \quad \int_0^2 |t^2-1| dt, \quad \int_0^{2\pi} t \cos^2 t \sin t dt.$$